equazione nella quale è lecito attribuire a *D* il significato di una derivazione rispetto alla costante arbitraria (non additiva) contenuta in *F,* la qual costante può essere indifferentemente tanto quella proveniente dall'integra! primo, che ha servito a formare l'equazione (3), quanto quella contenuta in una soluzione completa della (4). Ora l'equazione (6), essendo finita rispetto alle *x, y,* e contenendo due costanti arbitrarie, non è altro che l'integrale della

$$dy - y'.dx = o \,,$$

ossia l'integrale completo dell'equazione isoperimetrica *).

Da quanto precede risulta dunque che l'integrazione completa dell'equazione iso-perimetrica (2) dipende sostanzialmente, sia dalla ricerca di un suo integrai primo (con una costante arbitraria) e da » una quadratura, sia dalla ricerca di una soluzione completa di un'equazione a derivate parziali del primo ordine non lineare, dove non entrano che le derivate della funzione incognita.

La forma in cui si presentano così queste proprietà, fatte già conoscere da JACOBI, le rende più direttamente applicabili alla teoria delle superficie.

Sia infatti

$$ds^z = Edu^2 \; 4" \; 2Fdudv \; \text{-f-} \; Gdv^2$$

il quadrato dell'elemento lineare di una superficie. La ricerca delle linee geodetiche equivale a quella della relazione fra *u, v,* per la quale è minimo il valore dell'integrale

$$iu^z \; \text{-J-} \; 2Fdudv \; \text{-(-} \; Gdv^2.$$

Chiamando U, F le derivate dell'elemento di questo integrale

rispetto a *d u, d v,* si ha

u = _Edu -}- Fdv ^ ' r/___Fdu -{- Gdv v — Ts ?

epperò in questo caso l'equazione (2) diventa

A
dv

*) È chiaro che la supposizione DFz=cost., e quindi *dDF*= o, non può fornire che *dy — y'.dx* = nell'equazione (5). Infatti, delle due quantità

la prima evidentemente non può esser nulla, e la seconda non lo diventa che quando / è lineare rapporto ad /, caso nel quale, come è noto, non vi è luogo ad una vera soluzione del problema isoperimetrico.